MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN IAŞI

ETAPA JUDEȚEANĂ
18 martie 2017

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAŞINI ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Tehnologică : profilul Tehnic

Clasa a IX -a

Problema 1.

Se consideră funcţia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=x^2+mx+2017,$ unde $m\in\mathbf{R}$

a) Determinaţi valoarea lui m ştiind că $f(-1),\ f(1)$ şi $f(2)$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

b) Dacă $f(1)=f(4),$ să se demonstreze că $f(2)=f(3)$.

c) Dacă m este un număr întreg impar, să se demonstreze că ecuaţia $f(x)=0$ nu are rădăcini întregi.

Problema 2.

Se consideră triunghiul ABC, punctele M, N și P astfel încât: $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{MC},\ \overrightarrow{AN}=2\overrightarrow{NC},\ \overrightarrow{AP}=3\overrightarrow{PB}$ și Q mijlocul segmentului $[PM]$.

a) Demonstrați că $\overrightarrow{BN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ și $\overrightarrow{BQ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{8}\overrightarrow{BA}$.

b) Demonstrați că punctele B, Q, N sunt coliniare.

c) Calculați valoarea raportului $\frac{BQ}{QN}$.

Problema 3.

a) Pentru $q\in\mathbb{R}$ se consideră numerele $a=q^2-q+1$ și $b=q^2+q+1$. Să se demonstreze că $a\cdot b\geq 1$, oricare ar fi $q\in\mathbb{R}$.

b) Determinaţi primul termen şi raţia unei progresii geometrice crescătoare $(b_n)_{n\geq 1}$, având termeni pozitivi, ştiind că $b_1+b_2+b_3=7$ şi $b_1^2+b_2^2+b_3^2=21$ (utilizând, eventual, identitatea obţinută la punctul anterior).

Problema 4.

Patru persoane A, B, C, D au primit împreună pentru efectuarea unei lucrări suma de 2017 lei. Ştiind că A a primit cel mai mult, fiecare a primit mai mult de 100 de lei şi A împreună cu D au primit cu 537 de lei mai puţin decât B împreună cu C, să se determine ce sumă a primit A? (sumele primite sunt numere naturale)

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*